



TITLE:

機械的な競争モデルと関連する話題 (関数方程式のダイナミクスと数理モデル)

AUTHOR(S):

吉田, 勝俊

CITATION:

吉田, 勝俊. 機械的な競争モデルと関連する話題 (関数方程式のダイナミクスと数理モデル). 数理解析研究所講究録 2009, 1637: 12-24

ISSUE DATE:

2009-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140526>

RIGHT:

機械的な競争モデルと関連する話題

宇都宮大学大学院・工学研究科 吉田 勝俊 (Katsutoshi Yoshida)

Graduate School of Engineering, Utsunomiya University

E-Mail: yoshidak@cc.utsunomiya-u.ac.jp

1 はじめに

複数の自律的な個体が、共通の資源や環境を共有するとき、そこには利害の一致や不一致のダイナミクスが起こる。こうした競合・協調ダイナミクスの解明に向けては、古くから、数理生態学 [1] の分野において体系的な非線形解析が展開されてきた。その特徴として、支配的なダイナミクスを小自由度モデルで記述する都合上、個体が有する構造は統計操作等により無視される。他方、工学に目を転ずれば、類似の問題意識が群ロボットの研究にみられるが [2]、そこでは、まさにロボット個体の実現方法を研究する関係上、得られた構造を忠実に集成した群の表現は、大自由度の力学系となり、その非線形応答を議論することは必ずしも容易ではない。

そこで本研究では、以上の中間的な立場として、個体単体の非線形力学特性が競合と協調の直接要因となるような小自由度モデルを考える [3, 4]。そのための 1 つの具体例として、PD 制御によって倒立安定化された 2 台の振り先端をリンク結合した、結合倒立振りモデルを提案する [3]。このモデルの初期値依存性について、まず、平衡点の吸引域が極めて複雑な形状となるパラメータ条件の存在を明らかにする。この吸引域がフラクタル的な自己相似性をもつことを、相関次元解析によって確かめる。さらに、提案モデルのインパルス応答を、階層型コントローラの観点で整理しながら、結合倒立振子の各振り (エージェント) が、互いの競合と協調を図るために行きしめる戦略の具体例を示す [4]。

以上の結果では、安定器として工業的な PD 制御器を想定したが、次に、これをニューロ制御器に置き換えた場合の応答を議論する。まず、ヒトの平衡維持制御の特徴を擬似的によく再現することが知られている、ランダムゲインの遅れ時間フィードバック制御器 [5] を用いた数値シミュレーション結果を示す。さらに、シミュレータの制御器をヒトの視覚性運動制御に一部置き換え可能な、仮想現実型の実験環境を構成し、ヒトの平衡維持戦略を達成させた場合の連成の効果を観察する。

2 競合と協調の機械モデル

2.1 結合倒立振りモデル

倒立させた棒の下端に制御力を与えて、倒立を維持するカラクリを倒立振りというが、倒立振りとはヒト単独の立位姿勢制御の最単純モデルとして広く実用されている。こうした倒立振子をヒントに、1 対のヒトの相補的な平衡維持機構の最単純モデルを構成したい。そのために本研究は、図 1 に示すような、結合倒立振り (CIP: coupled inverted pendula) モデルを提案する [3, 4]。このモデルは、 A_i を台車、 B_i を振りとする 2 台の等価な倒立振り $A_i B_i$ ($i = 1, 2$) の先端を、剛体リンク $B_1 B_2$ で連結した 4 質点からなる。各台車 A_i に与える制御力 u_i を、

$$u_i = u_i^{\text{pd}} := r(K \sin \theta_i + L \dot{\theta}_i \cos \theta_i) \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

とおくことで、台車 A_i と振り B_i の水平方向の相対変位に関する PD 制御を行なう。この PD 制御器は、振子上死点側と下死点側に対称な制御力を発生するので、 $l > 2r$ の条件下で適当なゲイン K, L を選ぶと、各振り

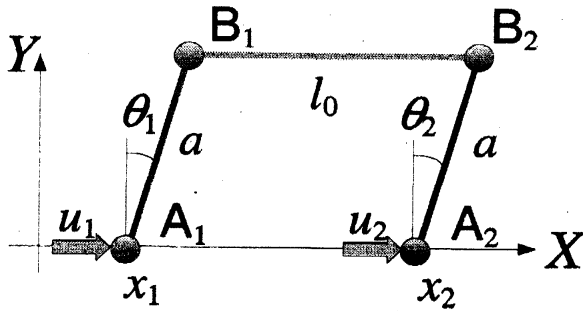


図 1: Coupled inverted pendula model of competition and cooperation.

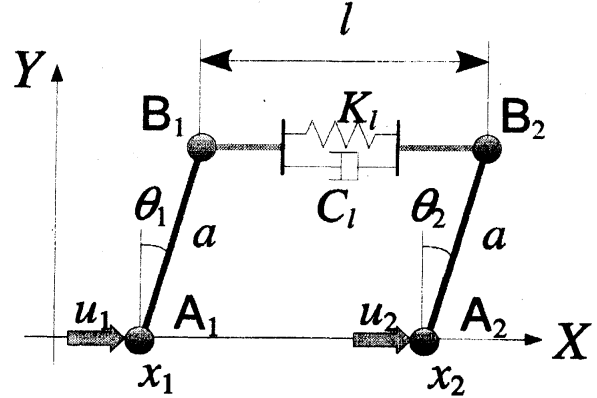


図 2: Penalty-based spring-and-damper method for the coupled inverted pendula model.

の上死点と下死点は、全ての組み合わせにおいて、安定平衡点になる。すなわち、図 1 の提案モデルには、4 状態 $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0), (0, \pi), (\pi, 0), (\pi, \pi)$ からなる 4 重安定性 (quadra-stability) が現れる。

各平衡点に対応する CIP の姿勢 (θ_1, θ_2) を、本研究では、次のような比喩で表す [4]。この比喩をもとに、CIP

表 1: Ecological analogue of the quadra-stability.

$\theta_i = 0$	立位	$\theta_i = \pi$	転倒
$\xi_1 := (0, 0)$	引分け (draw)	$\xi_2 := (0, \pi)$	左の勝利 (left-win)
$\xi_3 := (\pi, 0)$	右の勝利 (right-win)	$\xi_4 := (\pi, \pi)$	共倒れ (scramble)

の各振子 (エージェント) が、互いの競合と協調のために行きしめる戦略を構成し、振子間の対戦格闘に比喩可能な競合と協調の非線形ダイナミクスを議論することができる [4]。

2.2 ペナルティー法

図 1 の力学モデルの運動方程式は、微分代数方程式 (DAE) となるが、その数値計算法は発展途上にある。ここでは、ペナルティ法 (penalty method) によって、DAE と等価な常微分方程式を導く [4]。そのために、図 1 のリンク B_1B_2 による剛拘束を、同じ自然長 l_0 のばね・ダンパによる柔軟拘束に置き換えると、図 2 のような近似モデルが得られる。この近似モデルの支配方程式は通常の常微分方程式となるので、DAE の数値解法の問題が回避される。柔軟拘束のばね定数と減衰係数が十分に大きいとき、近似モデルは元のモデルの挙動をよく再現する。実際、図 2 の一般化座標を $q = (x_1, \theta_1, x_2, \theta_2)^T \in \mathbb{R}^4$ としたときの、ラグランジュの運動方程式は、次のような通常の常微分方程式系となる。

$$\begin{cases} \ddot{x}_i + C_x \dot{x}_i = -\frac{2}{mQ(\theta_i)} u_i + G_x(\theta_i) + C_l \frac{H_x(\theta_i)l'}{(-1)^j \cdot l^2} + K_l \frac{2H_x(\theta_i)(l - l_0)}{(-1)^j \cdot l}, \\ \ddot{\theta}_i + C_\theta \dot{\theta}_i = \frac{2 \cos \theta_i}{mrQ(\theta_i)} u_i + G_\theta(\theta_i) + C_l \frac{H_\theta(\theta_i)l'}{(-1)^j \cdot l^2} + K_l \frac{2H_\theta(\theta_i)(l - l_0)}{(-1)^j \cdot l}. \end{cases} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

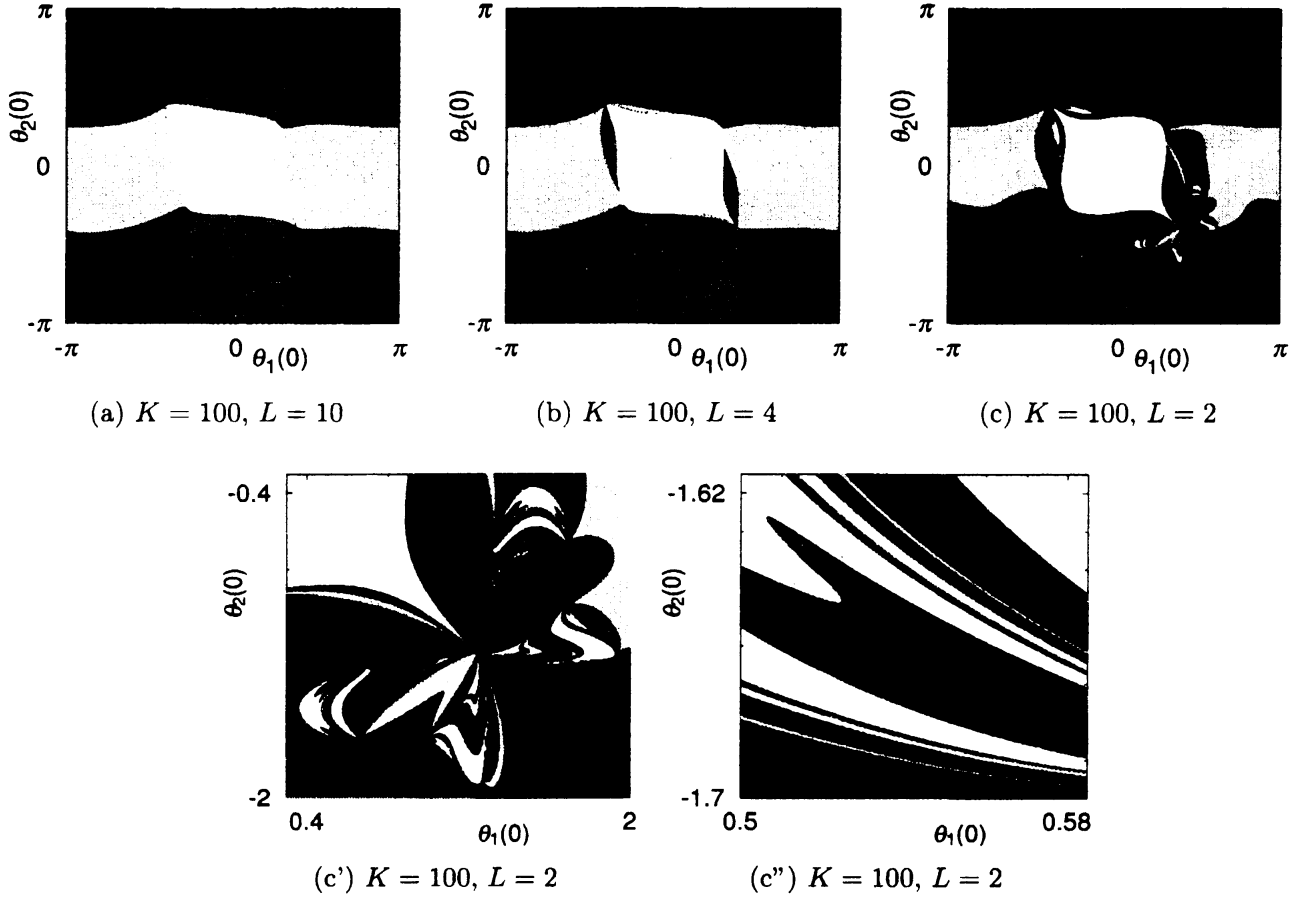


図 3: Initial angles $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ belonging to the equilibria ξ_k ($k = 1, 2, 3, 4$) for $x_1(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{\theta}_1(0) = 0$ ($i = 1, 2$), and $x_2(0) > x_1(0)$. White, red (dark-gray), blue (light-gray), and black regions represent the initial angles belonging to the draw, left-win, right-win, and scramble equilibria respectively.

ただし,

$$\begin{cases} l = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2}, \quad l' := dl/dt, \quad \Delta X = (x_2 - x_1) + r(\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad \Delta Y = r(\cos \theta_2 - \cos \theta_1), \\ Q(\theta) := \cos 2\theta - 3, \quad G_x(\theta) := \frac{2 \sin \theta (g \cos \theta - r \dot{\theta}^2)}{Q(\theta)}, \quad G_\theta(\theta) := \frac{2 \sin \theta (-2g + r \dot{\theta}^2 \cos \theta)}{r Q(\theta)}, \\ H_x(\theta) := \frac{\sin \theta (\Delta Y \cos \theta + \Delta X \sin \theta)}{m Q(\theta)}, \quad H_\theta(\theta) := \frac{\Delta X \cos \theta - 2 \Delta Y \sin \theta}{m r Q(\theta)} \end{cases} \quad (3)$$

とおいた。 C_x, C_θ は x_i, θ_i 方向の自然な減衰係数, C_l, K_l は柔軟リンク $B_1 B_2$ の減衰係数とばね定数を表す。

式 (2) を図 1 の解析モデルとして利用するときは, ペナルティー法のパラメータ K_l, C_l を, リンク $B_1 B_2$ を剛体とする仮定を大きく逸脱しないように選ぶ必要がある。本報では経験的に $K_l = 5 \times 10^4$, $C_l = 3$ の値を用いる。物理パラメータは, $m = l_0 = 1$, $r = 0.3$, $C_x = C_\theta = 0.1$ とし, 数値積分には 4 次の Runge-Kutta 法を用いた。積分の時間ステップは 2×10^{-3} とした。

2.3 過渡応答の不定性

静止状態から各平衡点 ξ_k ($k = 1, 2, 3, 4$) へ至る初期値 $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ の集合を色分けしたものを, 図 3 に示す。初期値は領域 $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ を等分割した 500×500 の直交格子上に配置した。その他の初期条件は

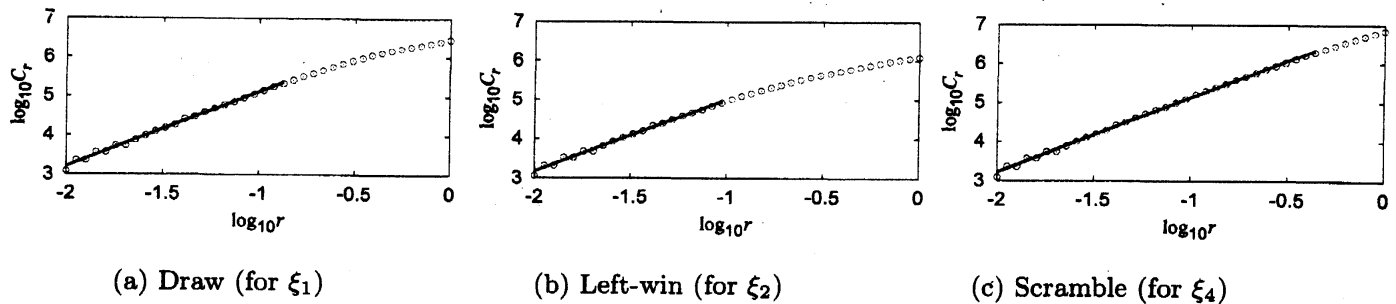


図 4: Correlation integrals C_r and their linear parts of the basin of attractions in 図 3 (c'), belonging to the draw ξ_1 as white (a), left-win ξ_2 as red (dark-gray) (b), and scramble ξ_4 as black (c) respectively.

表 2: Correlation dimensions from Fig. 4.

	Draw	Left-win	Scramble
D_2	1.91	1.83	1.90
Area	20.7%	10.0%	59.3%

$x_1(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$ とし、拘束を満たす $x_2(0)$ を定める際に $x_2(0) > x_1(0)$ を仮定した。白の領域が引分け ξ_1 に属する初期値、黒の領域が共倒れ ξ_4 に属する初期値、赤 (濃灰) の領域が左の勝利 ξ_2 に属する初期値、青 (淡灰) の領域が右の勝利 ξ_3 に属する初期値である。

図 3 (a) は PD ゲインが $K = 100$, $L = 10$ のときの結果である。初期姿勢 $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ に応じて、引分け、左の勝利、右の勝利、共倒れの 4 状態の全てに到達可能であることが分かる。結合倒立振子の左右対称性から、直線 $\theta_1(0) + \theta_2(0) = 0$ に関して対称な結果が得られている。さらに、4 状態の全てに隣接する点の存在が $\theta_1, \theta_2 \approx \pi/4$ の付近に確認できる。これら隣接点の近くでは、初期姿勢の僅かな変更によって、全ての平衡状態へ移行できる。

図 3 (b) は微分ゲイン L を減じて、 $K = 100$, $L = 4$ としたときの結果である。白の領域 (ξ_1 , 引分け) の周辺部に、他の吸引域が重層的に混在するようになる。微分ゲイン L をさらに減じて、 $K = 100$, $L = 2$ としたときの結果が、図 3 (c) である。黒の領域 (ξ_4 , 共倒れ) が拡大し、吸引域の重層構造が複雑化している。図 3 (c) の一部を拡大したものを (c') に、さらに大きく拡大したものを (c'') に示す。初期値は各図の表示領域を等分割した 500×500 の直交格子上に配置した。図 3 (c') の表示範囲は 0.1 rad 程度であるが、このような小さなスケールにおいても、吸引域の重層構造が認められる。以上、図 3 の (c) と (c'), および (c') と (c'') の比較から、この吸引域の重層構造が自己相似性を有することが推察される。

図 3 (c') の各吸引域について求めた相関積分 C_r を、図 4 に示す。図 4 の (a) は白 (ξ_1 , 引分け), (b) は赤 (濃灰) (ξ_2 , 左の勝利), (c) は黒 (ξ_4 , 共倒れ) に対する結果である。モデルの左右対称性により、青 (淡灰) (ξ_3 , 右の勝利) の吸引域は赤 (濃灰) と同形状なため省略する。図中の直線部が、自己相似性が存在するスケールの範囲に対応し、直線部の傾きが相関次元 D_2 を与える。得られた D_2 の値を表 2 に示す。表の下段は図 3 (c') において各吸引域が占める面積の割合である。相関次元 D_2 の値は、いずれも 1.8 から 1.9 前後の非整数値をとり、図 3 (c') における各吸引域の重層構造がフラクタル的であることが、定量的に裏付けられた。

最後に、図 4 に実線で示した C_r の直線部の配置に着目すると、直線部の下限は、少なくとも 10^{-2} rad ≈ 0.57 deg 程度にまで及んでいる。この結果は、このスケール以上の公差で初期姿勢を与えると、最終姿勢との対応が不確定となる可能性を示唆している。

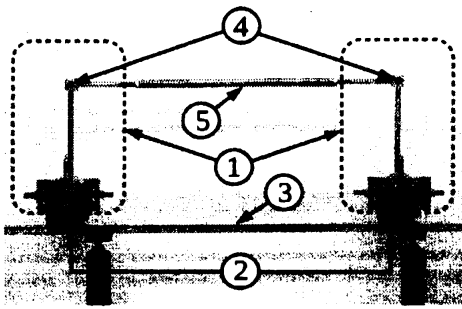


図 5: Experimental setup of the coupled bistable pendula.

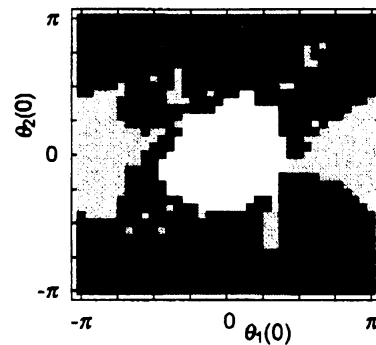


図 6: Experimental basins of attraction of the four equilibria.

2.4 結合双安定振子の実験

詳細は割愛するが、結合振子系のこうした初期値依存性は、実験的にもよく再現される [6]. 簡単のため、PD 制御器 (1) が発生する周期 π のポテンシャルを、磁性カムのポテンシャルに置き換えた結合双安定振子を作した. 概観を図 5 に示す. 磁性カムにより上下死点が安定平衡点となる双安定振子①を 2 台, 直動ベアリング②を介して直動レール③上に設置し, 各振子の先端をベアリング④を介してリンク棒⑤で結合している. 図 6 は, 各振子を初期角度 $(\theta_1(0), \theta_2(0))$ の静止状態から手放したときに到達した平衡点を色分けした図である. 初期角度は 10 度きざみの全ての組み合わせとした ($36 \times 36 = 1296$). 数値計算による図 3 (c) に類似した, 重層的な初期値の構造が見てとれる.

3 倒立振子の対戦問題

ここまでに見てきたように, 結合倒立振子モデルは 4 つの平衡点を有する. これら平衡点を実現する PD 制御器を下層, 平衡点を切り替える新たな制御入力を上層とする階層型制御器によって, 左右の倒立振子の対戦的な挙動を構成する.

3.1 制御器のアフィン変換

式 (1) の PD 制御器を最下層の制御入力と見なし, これを変形することによって上層の制御器を得る方法を考える. そのための枠組みとして, 制御入力 u_i ($i = 1, 2$) のアフィン変換,

$$\sigma_i(u_i) := \alpha_i u_i + \beta_i \quad (i = 1, 2). \quad (4)$$

を考える. 変換 σ_i のルールは対 $[\alpha_i, \beta_i]$ が定めるので, $\sigma_i = [\alpha_i, \beta_i]$ という表記を導入する. 恒等変換は $\text{id} = [1, 0]$ と書ける.

3.2 捨て身戦略

まず, 制御器 u_1 のみにインパルス入力を付与する変換,

$$\sigma_1 = \sigma_s := [1, P_1 \delta(t)], \quad \sigma_2 = \text{id}, \quad (5)$$

を考える. 変換後の制御器 u'_1 は,

$$u'_1 = \sigma_s(u_1^{\text{pd}}) = u_1^{\text{pd}} + P_1 \delta(t) \quad (6)$$

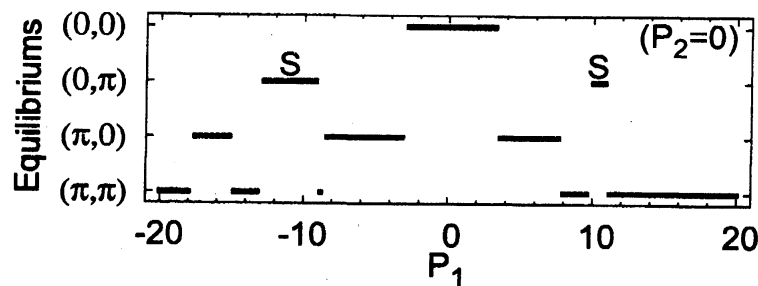


図 7: Equilibrium switching caused by the unilateral impulse $P_1 \neq 0$, $P_2 = 0$ for $K = 100$, $L = 10$.

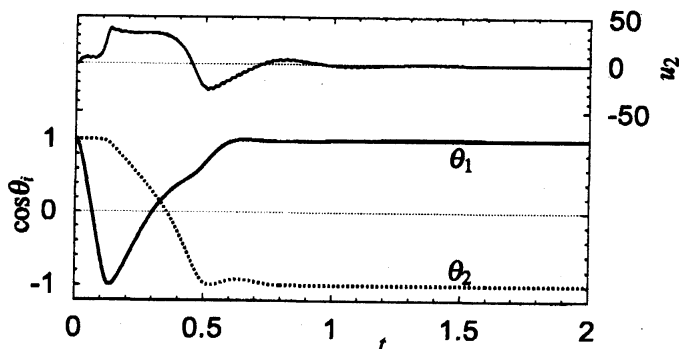


図 8: Equilibrium switching under the sacrifice strategy only, for $(P_1, P_2) = (10, 0)$.

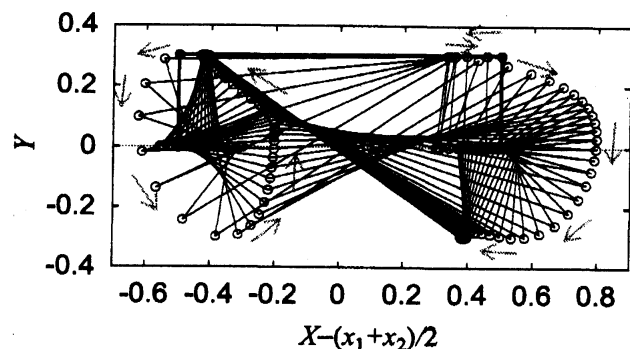


図 9: Motion under the sacrifice strategy only, for $(P_1, P_2) = (10, 0)$. The black circles represent the initial position.

と書ける。ξ₁(引分け)を初期状態として、変換後の制御入力を実現する平衡点を図 7 に示す。この結果より、インパルス強度 P_1 の選び方により、全ての平衡点に移行できており、変換 σ_1 は平衡点を切り替える上層制御の一例を与えている。

図 7 の S に該当する条件 ($P_1 = 10$) における左右振子の姿勢角の時間変動を図 8 に、対応する姿勢変化を図 9 に示す。この条件では、台車部にインパルスを加えられた左振子 A_1B_1 は、立位 $\theta_1 = 0$ から立位に推移するが、直接インパルスを受けない右振子 A_2B_2 は立位 $\theta_1 = 0$ から転倒 $\theta_2 = \pi$ に推移している。

この過渡応答を、左右振子(エージェント)の対戦格闘に例えて理解すると興味深い。すなわち、左振子 A_1B_1 は自ら積極的にバランスを崩すことによって、自らは立位に復帰し、対戦相手の右振子 A_2B_2 を転倒に導いている。この比喻に準じて、変換された左振子の制御入力 $u'_1 = \sigma_1(u_1)$ を、左振子の「捨て身戦略」と表現することにする。

3.3 脱力戦略による反撃

左振子の捨て身戦略 $u'_1 = \sigma_1(u_1)$ を既知として、右振子が勝敗を逆転するために講じる上層制御の一例として、次の変換を挙げる。

$$\sigma_1 = \text{id}, \quad \sigma_2 = \sigma_w := [U(t_1, t_2; t), 0], \quad U(t_1, t_2; t) := \begin{cases} 0 & t_1 \leq t < t_2, \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

得られた制御入力,

$$u'_2 = \sigma_w(u_2^{\text{pd}}) = U(t_1, t_2; t)u_2^{\text{pd}}, \quad (8)$$

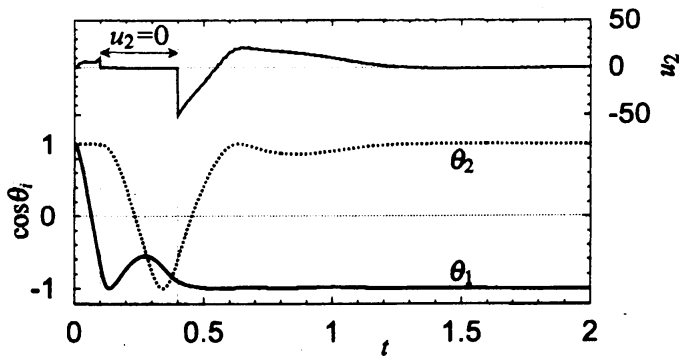


図 10: Equilibrium switching under the suspension strategy for $(t_1, t_2) = (0.1, 0.4)$ together with the sacrifice strategy for $(P_1, P_2) = (10, 0)$.

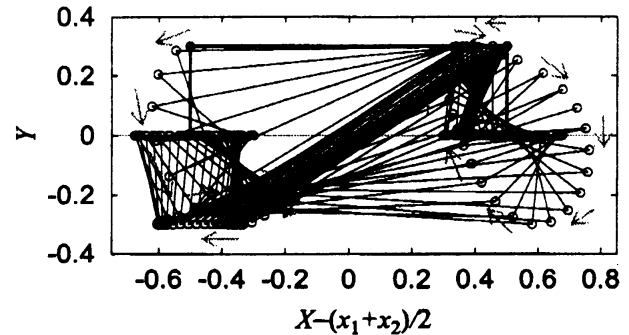


図 11: Motion under the suspension strategy for $(t_1, t_2) = (0.1, 0.4)$ together with the sacrifice strategy for $(P_1, P_2) = (10, 0)$. The black circles represent the initial position.

は、区間 $t_1 \leq t < t_2$ の内では通常の PD コントローラとしてふるまい、区間外では出力停止する。これを右振子 A_2B_2 による「脱力戦略」と呼ぼう。

左の捨て身戦略と、右の脱力戦略を組合せたときの姿勢角の時間変動を図 10 に、対応する姿勢変化を図 11 に示す。先例との違いは、 u_2 が一定時間停止することのみである。最終姿勢が逆転しており、右振子は脱力戦略による反撃で勝敗を逆転した、と比喩的に述べることができる。

以上、制御入力のアフィン変換 (4) で構成可能な、対戦問題の一例を示した。以上の定式化によれば、反撃の連鎖等を、制御入力の変換の列として記述可能である。

4 協調バランス問題

棒の下端を手で操作して棒の倒立を維持する遊びを、以下「棒立て」と呼ぼう。この棒立てに参加する主体数を 2 に増し、それぞれの棒の先端をリンク結合すると、結合倒立振子の神経制御的な実現が得られる。

4.1 疑似神経制御モデル

Cabrera ら [5] は、ヒトが単独で行う棒立てに見いだされるスケーリング則を、ランダムゲインの時間遅れフィードバック制御を受ける単振子モデル、

$$\ddot{\theta} + \gamma \dot{\theta} - \alpha \sin \theta + \beta R(t) \theta(t - \tau) = 0 \quad (9)$$

によって、よく再現されることを実験的に示した。ここに、 τ はヒトの平衡維持機構の反応時間、 $R(t) = (1 + \nu \xi(t))$ はランダムなフィードバックゲインであり、 $\xi(t)$ は正規白色雑音、 ν はその強度である¹⁾。式 (9) のモデルは、神経回路の構造を持たないので、以下、これを疑似神経制御モデルと呼ぶことにする。

式 (9) を線形近似した、

$$\Delta \ddot{x} + \gamma \Delta \dot{x} - \alpha \Delta x + \beta R(t) \Delta x(t - \tau) = 0 \quad (10)$$

は、棒の上下端の水平変位 x_T , x_M の差 $\Delta x := x_T(t) - x_M(t)$ の近似的な運動方程式と見なせる。実際、Bormann[7] は、 $x_T(t)$ と $x_M(t)$ の運動が、

$$\ddot{x}_T + \gamma \dot{x}_T = \alpha \Delta x(t), \quad \ddot{x}_M + \gamma \dot{x}_M = \beta R(t) \Delta x(t - \tau). \quad (11)$$

に支配されることを実験的に示したが、辺々減じれば式 (10) を得る。

¹⁾ l を線密度一定の棒の長さ、 g を重力加速度とすると、 $\alpha = 3g/(2l)$ の関係が成立する。

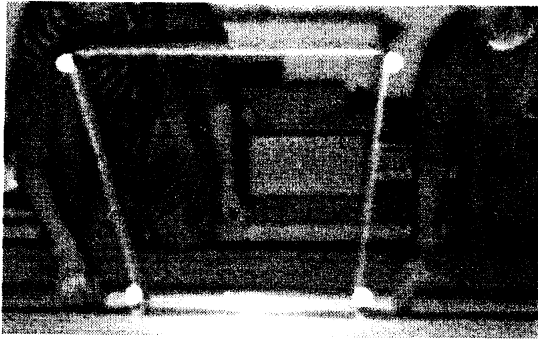


図 12: A physical example of coupled human balancing tasks.

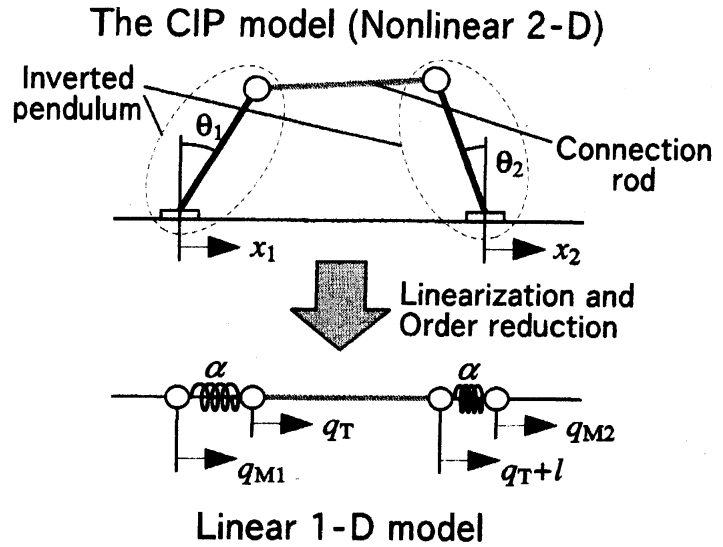


図 13: Linearization and order reduction of the CIP model.

4.2 疑似神経制御系の連成モデル

以上の先行例を参考に、図 12 に示すような、2 名の被験者が結合倒立振子の各下端をそれぞれ操作し、2 つの振子を倒立維持するような状況を考える。そのモデルとして、 i 番目の棒の上端と下端の水平変位を q_{Ti} , q_{Mi} ($i = 1, 2$) とし、これに連結棒による拘束 $l := q_{T1} - q_{T2} = \text{const.}$ を考慮した次のモデルを考える。

$$2\ddot{q}_T + 2\gamma\dot{q}_T = \alpha \Delta q_1(t) + \alpha \Delta q_2(t), \quad (12a)$$

$$\ddot{q}_{Mi} + \gamma\dot{q}_{Mi} = u_i(t, \tau), \quad (12b)$$

$$u_i(t, \tau) := \beta (1 + \nu \xi_i(t)) \Delta q_i(t - \tau) \quad (i = 1, 2) \quad (12c)$$

ここに、 $\Delta q_i := q_T - q_{Mi}$ ($i = 1, 2$) は、 i 番目の棒の上端と下端の相対変位を表し、 ξ_i ($i = 1, 2$) は互いに独立な正規白色雑音とする。式 (12b) は相対変位 Δq_i で次のように整理できる。

$$\ddot{\Delta q}_i + \gamma \dot{\Delta q}_i - \frac{1}{2}\alpha (\Delta q_1 + \Delta q_2) + u_i(t, \tau) = 0 \quad (i = 1, 2). \quad (13)$$

提案モデル (12) および (13) は、結合倒立振子モデルを、図 13 のように近似したものに相当する。すなわち、仮定 $|\theta_i| \ll 1$ のもとに、重力による復元力項 $\propto \sin \theta_i$ を、ばね定数が負 $\alpha < 0$ の線形復元力とする近似に相当する。この結合型の提案モデル (13) は、 $\Delta q_1 = \Delta q_2$, $\dot{\Delta q}_1 = \dot{\Delta q}_2$ のとき、単独の棒立てのモデル (10) に一致する。以下、 $\gamma = 50$, $\alpha = 22$, $\nu = 0.6$, $\tau = 0.1$ の場合の数値例を示す。また便宜上、 Δx , Δq_i を、バランス誤差とよぶ。

4.3 連成による安定性の向上

図 14(a), (b) は、式 (12) の数値解である。(a), (b) の比較から明かなように、式 (12) の連成の第一の効果は、バランス誤差の減少である。連成がある場合の誤差 Δq_1 は、連成がない場合の誤差 Δx の 1% 程度まで、振幅の RMS (root mean square) を低減している。 Δq_2 の結果は Δq_1 のものと類似するので省略した。ノイズの見本を変えて計測した RMS を図 15 に示す。ノイズの見本数は 500 とし、RMS は対数表示してある。図中に実線で示した RMS の集合平均は、連成ありの場合が 1.5×10^{-3} 、なしの場合が 3.0×10^{-1} となり、集合平均の意味でも、連成によってバランス誤差の RMS が 10^{-4} 倍程度まで減少していることが分る。すなわち、振子先端の連成により、制御器の安定性が平均的に向上している。

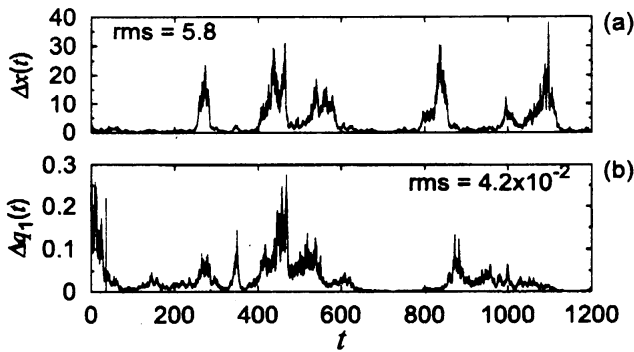


図 14: Balancing error $\Delta x(t)$ of the single system (10) under $\lambda_1 = 5 \times 10^{-4}$ ($\beta = 20.306$) and $\Delta q_1(t)$ for the coupled system (12) under $\lambda_1 = 5 \times 10^{-4}$ ($\beta = 21.032$).

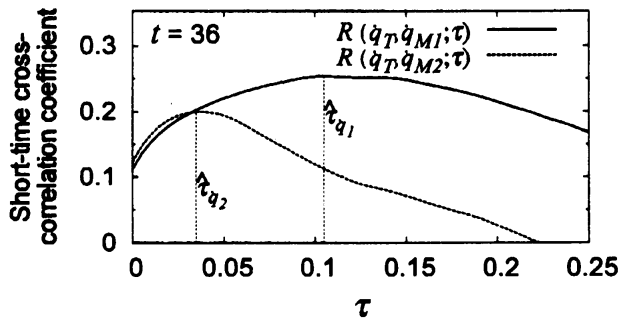


図 16: Short-time cross-correlation coefficient at $t = 36$ for $\Delta t = 5$.

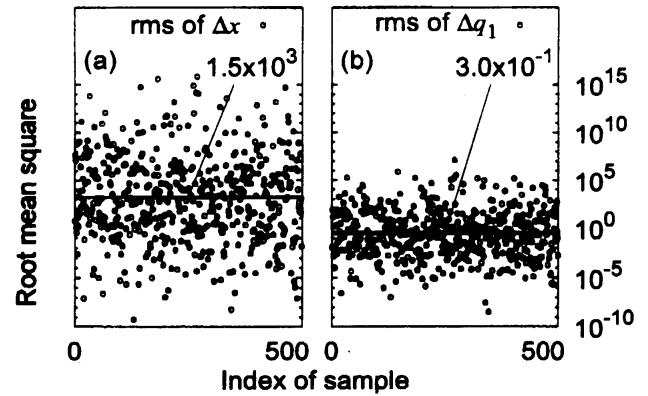


図 15: Logarithmic plot of root mean squares on different samples of the white noise $\xi_i(t)$. The solid lines represent the mean value of the logarithmic plots.

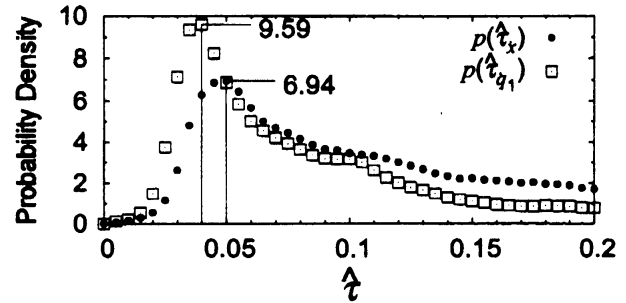


図 17: Probability densities of the first peak point $\hat{\tau}_{\pm}(t)$ for the single case and $\hat{\tau}_{q_1}(t)$ for the coupled case, constructed from 100 samples in the time interval $t \in [0 : 1200]$.

4.4 連成による敏感性の向上

棒下端での修正動作が、棒上端の運動にどの程度すばやく追従しているかを見るために、棒の下端と上端の運動の時間相関を計算する。いま、 $x(t), y(t)$ を比較対象の時系列、 Δt を短時間平均のための時間間隔とするとき、短時間相互相関係数を、次のように導入する。

$$R(x, y; \tau)(t) = \frac{C(x - m_x, y - m_y; \tau, t)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (14)$$

ここに、

$$C(x, y; \tau, t) := \langle x(s)y(s+\tau) \rangle_{[t, t+\Delta t]}, \quad m_x := \langle x(s) \rangle_{[t, t+\Delta t]}, \quad \sigma_x := \langle (x(s) - m_x)^2 \rangle_{[t, t+\Delta t]}^{1/2}$$

であり、 $\langle X(s) \rangle_{[a, b]} := (b-a)^{-1} \int_a^b X(s) ds$ は時区間 $[a, b]$ にわたる $X(s)$ の時間平均とする。

Cabrera らの報告によれば [5], 安定限界付近の条件では、ランダムゲインの時間遅れ制御器による棒下端での修正動作は、制御器の遅れ時間より短いタイムスケールで起る可能性がある。この効果を見るために、棒の下端と上端の速度の短時間相互相関係数、すなわち、連成なしの場合について $R(\dot{x}_T, \dot{x}_M)$ 、連成ありの場合

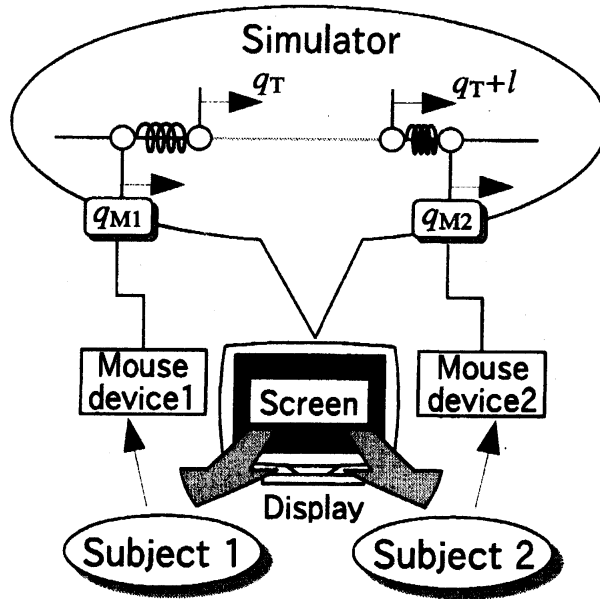


図 18: Experiment setup.

について $R(\dot{q}_T, \dot{q}_{M1})$ ($i = 1, 2$) を計算する. その 1 つのサンプルを図 16 に示す. $R(\dot{x}_T, \dot{x}_M)$ に最初に現れる支配的なピーク点を $\hat{\tau}_{\dot{x}}$, 同じく $R(\dot{q}_T, \dot{q}_{Mi})$ ($i = 1, 2$) のピーク点を $\hat{\tau}_{\dot{q}_1}$, $\hat{\tau}_{\dot{q}_2}$ と表記した. 図より, $\hat{\tau}_{\dot{q}_1} = 0.105$ および $\hat{\tau}_{\dot{q}_2} = 0.035$ が得られるが, 一方の制御器の修正動作は平均的に制御器の遅れ時間 0.1 と同程度のタイムスケールで起こり, 他方は 3 倍程度短かいタイムスケールで起きていることが分る. 短時間相互相関係数のピーク点を, 制御器の平均的な追従性を表す 1 つの指標と見なすと, 以上の結果は, 対称に配置された同仕様の制御器が, 短時間的には異なる追従性を示す場合があることを意味している.

次に, この追従性に対する連成の影響を見るために, ピーク点 $\hat{\tau}_{\dot{x}}$, $\hat{\tau}_{\dot{q}_1}$ の確率密度関数を, 図 17 に示す. 確立密度関数は時区間 $[0, 1200]$ 上で数値計算したピーク点の確率密度関数を, ノイズの見本を変えて 100 個取得し, それらを集合平均して得た. $\hat{\tau}(\dot{q}_2)$ の結果は $\hat{\tau}(\dot{q}_1)$ の場合と大差がないため省略した. 図 17 より, 連成ありの場合の確率密度は, なしの場合に比べて 38% 程度高いピークが, 20% 程度短かい相関時間 $\hat{\tau}$ で生じている. すなわち, 振子先端の連成により, 制御器の追従性が平均的に向上している.

5 神経制御系の連成実験

数値実験に類似する連成の効果が, ヒトの神経制御においても現れるか, コンピュータ・スクリーンを利用した実験を行った.

5.1 実験方法

これまでの数値実験で用いてきたランダムゲインの時間遅れフィードバック制御器を, ヒトの視覚性運動機構に置き換えるために, 図 18 の要領で実験装置を構成する. 具体的には, 式 (12) の変数 q_{Mi} ($i = 1, 2$) を, 2 名の被験者それぞれのマウス操作に置き換える. 各被験者は, コンピュータ・スクリーンを介して, 棒上端の水平変位 q_T を表す太線と, 同じく下端 q_{Mi} を表す細線を提示され, 数値解が定める太線に, マウスに連動する細線を追従させる. 太線と細線のペアは, 対応する被験者に応じて色分けされ, 被験者は自らが担当するペアを容易に識別できる. スクリーンの解像度は 1200×600 (pixel) であり, スクリーンの水平ピクセル $[1, 1200]$ に対して, 数値モデル上の変位 $[-3, 3]$ を割り当てる. 被験者の動作 q_{Mi} は, 50Hz のサンプリングレートで主

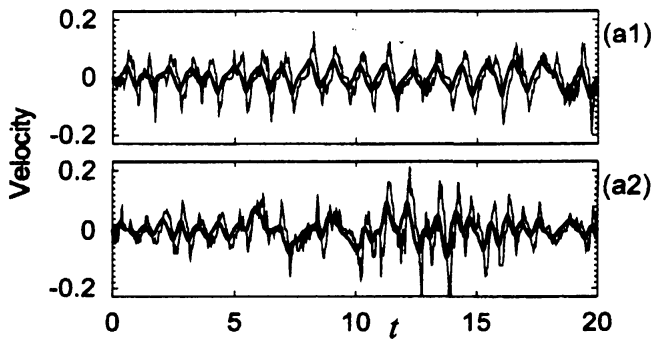


図 19: Experimental velocities of the target \dot{x}_T (thick line) and of the subject's movement \dot{x}_M (thin line), and power spectra of the balancing error Δx , under the single balancing independently performed by the (a1) first subject and by the (a2) second subject.

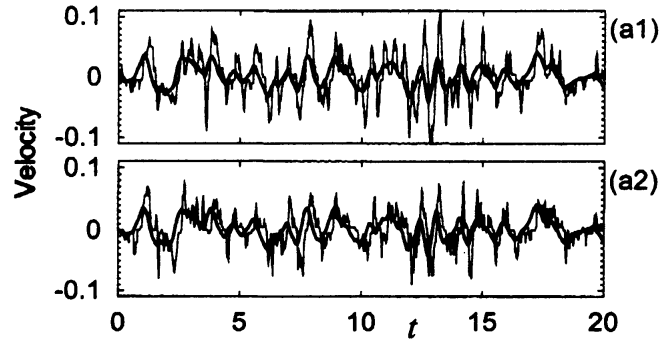


図 20: Experimental velocities of the target \dot{q}_T (thick line) and of the subject's movement \dot{q}_{M_i} (thin line), and power spectra of the balancing error Δq_i , under the coupled balancing by the pair of the (a1) first subject ($i = 1$) and the (a2) second subject ($i = 2$).

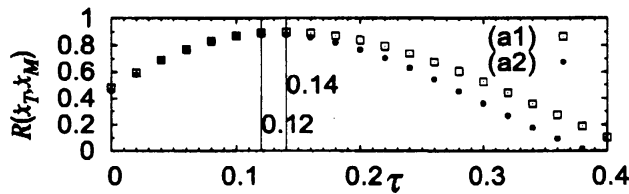


図 21: Experimental short-time cross-correlation coefficients R under the single balancing independently performed by the (a1) first subject and by the (a2) second subject.

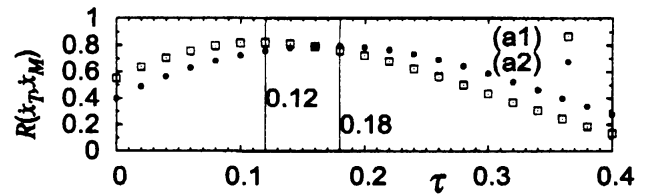


図 22: Experimental short-time cross-correlation coefficients R under the coupled balancing by the pair of the (a1) first subject and (a2) second subject.

記憶上に取得される。同じレートで太線および細線のアニメーション表示が更新される。カウントダウンとともに実験を開始し、いずれかの線が表示可能範囲を逸脱したときに実験が終了する。実験開始時のモデルの初期値は $x_T(0) = -0.5$, $q_{M1}(0) = -0.6$, $q_{M2}(0) = 0.6$, $\dot{x}_T(0) = \dot{x}_M(0) = 0$, $q_T(0) = -0.5$, $q_{M1}(0) = -0.6$, $q_{M2}(0) = 0.6$, $\dot{q}_T(0) = \dot{q}_{M1}(0) = \dot{q}_{M2}(0) = 0$ とし、モデルパラメータは $\alpha = \beta = 21$, $\gamma = 50$, $l = 1$ とした。

5.2 実験結果

図 19 は連成なしの場合の結果で、それぞれの被験者が単独の振子を独立してバランスしたときの速度誤差の測定結果である。図中の (a1), (a2) が被験者の別を表す。棒上端の速度 \dot{x}_T が、わずかに棒下端の速度、すなわち被験者のマウス操作の速度 \dot{x}_M に先行して変化している。この遅れは、被験者自体の反応遅れと、計算機処理の遅延からなる。これに対して、図 20 は各被験者に属する棒上端の変位を長さ l で拘束した、連成ありの場合の結果である。この拘束により、太線で示した棒先端の速度は両被験者で一致している。ここでも、棒上端の速度 \dot{q}_T が、被験者のマウス操作の速度 \dot{q}_{M1} , \dot{q}_{M2} に先行して変化している。

4.4 節で議論したように、短時間相互相関係数における支配的ピークは制御器の追従性を表すので、ここでは、被験者の追従性を短時間相互相関係数のピーク点を観察してみる。連成なしの場合に、各被験者から測定した短時間相互相関係数を図 21 に示す。それぞれ $\hat{\tau}_{\dot{x}_T} = 0.14, 0.12$ に支配的ピークを有することが分る。これに対して、各棒の上端間の距離を l に拘束した、連成ありの場合の結果が、図 22 である。追従性は $\hat{\tau}_{\dot{x}_T} = 0.12, 0.18$

となり、追従性の個体差が、連成によって拡大したように見える。同様の実験の異なる試行において取得したピーク点と、その平均値を表 3 にまとめる。

表 3: Peak points of STCC of different trials.

Subject A/B	Trial No.					Average $\langle \hat{\tau} \rangle$
	01	02	03	04	05	
Single:						
A	0.12	0.14	0.14	0.12	0.14	0.132
B	0.14	0.12	0.14	0.14	0.14	0.136
Coupled:						
A	0.12	0.12	0.12	0.12	0.16	0.128
B	0.18	0.16	0.16	0.18	0.16	0.168

表 3 の結果によれば、連成を受けない被験者は、 $\langle \hat{\tau} \rangle = 0.132, 0.136$ のように、平均的に同程度の追従性を有していることが分かる。これに対して、同じ被験者らを互いに連成させると、 $\langle \hat{\tau} \rangle = 0.128, 0.168$ のように、追従性が非対称になる傾向が見られる。以上の結果は、単独の状態ではほぼ等しい追従性を有する被験者を、ひとたび連成させると、追従性が非対称性となる傾向を例示している。

この連成による非対称性の 1 つの解釈として、ヒトの協調行動における役割分担の発現を挙げることでもできる。しかしながら、類似の非対称性は知能を持たない式 (12c) の疑似神経制御器 $u_i(t, \tau)$ による数値実験にも見られるので、この非対称性が知能なしに生じている可能性も否定できない。

6 まとめと課題

1 対のヒトの相補的な平衡維持運動の最単純モデルとして、倒立安定化された 2 台の振子先端をリンク結合した、結合倒立振子モデルを提案し、以下の結果を得た。

- 提案モデルが表す 4 つの平衡点の吸引域は、適当な条件下でフラクタル性を示す。このとき、初期値の設定精度が有限ならば、初期姿勢と最終姿勢の対応関係は不確定になりうる。
- 制御器のアフィン変換を用いると、結合倒立振子の各振子が互いの競合と協調を図るために行使しうる戦略を、簡潔に記述できる。

以上の結果では、安定器として工業的な PD 制御器を想定したが、これを神経制御器に置き換えた場合の応答を議論し、以下の結果を得た。

- ランダムゲインの遅れ時間フィードバックによる 2 つの疑似神経制御器を連成させると、単独の場合に比べて、安定性と追従性の向上が起る。
- 仮想現実型の実験環境により、ヒトの平衡維持運動を連成させたところ、単独ではほぼ同等の追従性を有する被験者が、連成時には互いに異なる追従性を発揮する傾向が認められた。

以上、1 対のヒトが生成する相補的な平衡維持運動の解明に向けて、そのための最単純モデルの構成法、およびモデルと対照可能な実験方法の一例を示し、平衡維持運動を連成させた場合の効果を一部明らかにした。

今後の課題として、ヒトの視覚性運動機構のパラメータ同定、協調的のみならず対戦的な状況をも設定可能な実験環境の整備、連成する主体数を増したときの効果の検討、ゲーム理論の導入などを構想している。

参 考 文 献

- [1] K. Sigmund and J. Hofbauer: *Evolutionary Games and Population Dynamics*, Cambridge University Press, (1998).
- [2] H. Asama, T. Fukuda, T. Arai, and I. Endo, eds.: *Distributed Autonomous Robotic Systems 2*, Springer-Verlag, (1996).
- [3] 吉田勝俊, 横田和隆, 渡辺信一: 競合と協調の機械システム表現に関する一考察, 日本機械学会論文集 C 編, 74-741, 1311/1316 (2008).
- [4] K. YOSHIDA and H. OHTA: *Coupled inverted pendula model of competition and cooperation*, Journal of System Design and Dynamics, 2-3, 727/737 (2008).
- [5] J.L. Cabrera and J.G. Milton: *On-off intermittency in a human balancing task*, PRL, 89-15, 158702, October 2002.
- [6] 羽金拓也, 吉田勝俊, 橋本拓実: 競合と協調の動作を模擬する小自由度リンク機構の開発, 日本機械学会関東支部ブロック合同講演会おやま講演論文集, 080-3, 133/134 (2008).
- [7] R. Bormann, J.L. Cabrera, J.G. Milton, and C.W. Eurich: *Visuomotor tracking on a computer screen—an experimental paradigm to study the dynamics of motor control*, Neurocomputing, 58-60, 517/523 (2004).